Considera la recta $r:\left\{\begin{matrix} x+y-z=1 \\ y=2 \end{matrix}\right\}$ y el plano $\boldsymbol{\pi}$ **:** $\boldsymbol{x - 2y + z = 0.}$

a) Calcula el haz de planos que contienen a la recta ***r***
b) Halla el plano que contiene a la recta ***r*** y corta al plano $\boldsymbol{\pi}$ en una recta paralela al plano ***z = 0 .***

***a)*** *El haz de planos* $\boldsymbol{\pi_\lambda}$ *se obtiene haciendo*

$$(x + y - z - 1) + \lambda \cdot (y - 2) = 0 \quad \rightarrow \quad x + (1 + \lambda)\cdot y - z - 1 - 2\lambda = 0$$

*En la fig. 1, los planos azul, amarillo y verde forman parte del haz de planos. La recta **r** que define el haz de planos es la de color rojo. El plano gris es el plano* $\boldsymbol{\pi}$ *.*

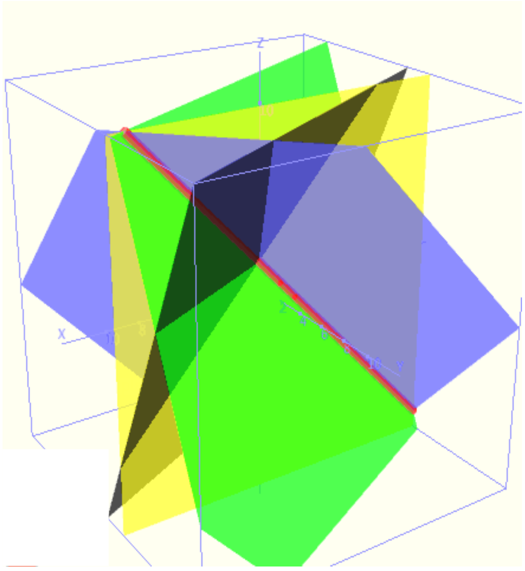

*fig. 1*

***b)*** *Las ecuaciones paramétricas de **r** son* $\left\{\begin{matrix} x=-1+\mu \\ y=2 \\ z=\mu \end{matrix}\right\}$

*Por tanto, su vector dirección será* $\vec{u}(1,0,1)$ *(es decir, la dirección de la bisectriz del plano XZ)*

*Queremos que la recta intersección de* $\boldsymbol{\pi}$ *y* $\boldsymbol{\pi_\lambda}$ *(de color azul en la fig. 2)sea paralela al plano **z = 0** (plano **XY,** de color rosa en la fig. 2**).** Busquemos la dirección* $\vec{v}$ *de esa recta , mediante el producto vectorial de los vectores normales de*
$\boldsymbol{\pi_\lambda = (1,\ 1 + \lambda, -1)}$ *y* $\boldsymbol{\pi\ (1, -2, 1)}$ *y :*

$$\vec{v}=\pi_\lambda\times\pi=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1+\lambda & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (1 - \lambda,\ 2,\ 3 + \lambda)$$

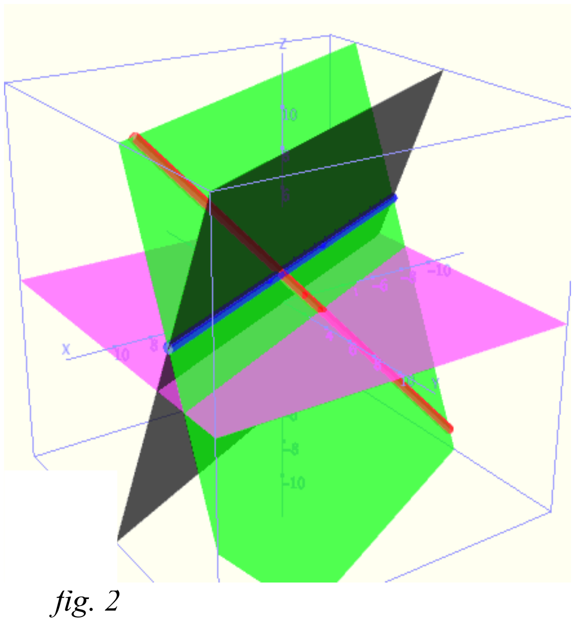

*fig. 2*

*Una recta es paralela a un plano si su vector dirección es perpendicular al vector normal del plano:*

$$\vec{v} \parallel (z = 0) \leftrightarrow (1 - \lambda,\ 2,\ 3 + \lambda) \perp (0, 0, 1) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \quad 3 + \lambda = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = -3$$

*Por tanto, el plano buscado (de color verde en la fig. 2) será (sustituyendo* $\boldsymbol{\lambda}$ *en* $\boldsymbol{\pi_\lambda}$*):*

$$\boldsymbol{x - 2y - z + 5 = 0}$$